

Working Papers in Economics and Finance

Politiche monetarie ottimali e coerenti: un esempio numerico

Pietro Senesi

December, 2021

ISBN 978-88-6991-157-6

Note: Working Papers in Economics and Finance are preliminary materials circulated to stimulate discussion and critical comment. The analysis and conclusions set forth and the views expressed therein are those of the authors and do not necessarily reflect any ideas nor any statements by any member of IRSAF. References in publications to working papers in Economics and Finance (other than acknowledgement) should be cleared with the author(s) to protect the tentative character of these papers.

Politiche monetarie ottimali e coerenti: un esempio numerico

Pietro Senesi* Dicembre, 2021

Sommario

La relazione fra politiche monetarie ottimali e coerenti dipende dall'elaborazione di aspettative razionali, da parte degli agenti privati, sulla politica che sarà implementata nel futuro dall'autorità monetaria. Mediante la costruzione di un modello con funzione di perdita sociale ad hoc, è possibile illustrare numericamente la relazione fra politiche coerenti e politiche ottimali quali la regola di Friedman.

^{*}Dipartimento di Scienze Umane e Sociali, Università degli Studi di Napoli "L'Orientale", Largo S. Giovanni Maggiore, 30 - 80134 Napoli, Italia; email: psenesi@unior.it, Telefono: +39 081 6909482, Fax: +39 081 6909442

1 Introduzione

La relazione fra politiche monetarie ottimali e coerenti dipende dall'elaborazione di aspettative razionali, da parte degli agenti privati, sulla politica che sarà implementata nel futuro dall'autorità monetaria. Mediante la costruzione di un modello con funzione di perdita sociale *ad hoc*, è possibile illustrare numericamente la relazione fra politiche coerenti e politiche ottimali quali la regola di Friedman.

2 Il modello teorico

Allo scopo di illustrare la relazione fra politica coerente e ottimale, si costruisca un controesempio al risultato di Kydland e Prescott [I], adottando la seguente funzione, in forma ridotta, del benessere sociale

$$S = e^{-\pi_1} + e^{-\pi_2} - x_1(\pi_2) - a \cdot \pi_2 \tag{1}$$

L'espressione $x_1(\pi_2)$, equivalente a quella $x_1 = X_1(\pi_2)$ in Kydland e Prescott [1], indica che gli agenti economici, al tempo 1, decidono quanto lavoro offrire non solo in base al tasso di inflazione al tempo 1, ma pure all'aspettativa che calcolano, sempre al tempo 1, sull'inflazione che ci sarà al tempo 2. Questo perchè parte del reddito da loro percepito al tempo 1 sarà risparmiato e trasferito al tempo 2 sotto forma di moneta la quale, come riserva di valore, perderà potere d'acquisto a causa dell'inflazione al tempo 2. L'entità di quest'ultima dipenderà dall'azione di politica attuata dalla banca centrale al tempo 2, cioè π_2 . Quindi, π_2 indica sia l'inflazione su cui calcolano l'aspettativa gli agenti economici, sia l'azione di politica economica della banca centrale al tempo 2.

Lucas [2] afferma che gli agenti calcolano le aspettative dei valori sconosciuti (futuri) di variabili economiche in modo razionale. Quindi, i coefficienti e le formule con cui essi elaborano le aspettative variano al cambiare della politica economica.

Per trovare la politica coerente, occorre derivare la S rispetto a π_2 , ignorando la dipendenza funzionale di x_1 da π_2 . Così facendo, si ottiene la seguente condizione necessaria

$$S_{\pi_2}^c = e^{-\pi_2} - a = 0 (2)$$

mentre la politica ottimale richiede la condizione

$$S_{\pi_2}^o = e^{-\pi_2} - \frac{\partial x_1}{\partial \pi_2} \cdot \pi_2 - a = 0 \tag{3}$$

Si può notare che le due condizioni sarebbero equivalenti $\forall a \in \mathbb{R}$ solo se $\frac{\partial x_1}{\partial \pi_2}=0$ e non se $\pi_2=0$, perchè

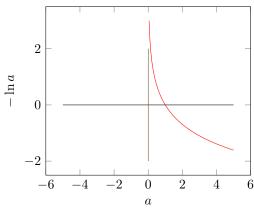
$$e^0 - a = 1 - a \neq 0 (4)$$

se $a \neq 1$.

La politica coerente è individuata sotto forma di regola

$$\pi_2^c = -\ln a \tag{5}$$

negativo del logaritmo



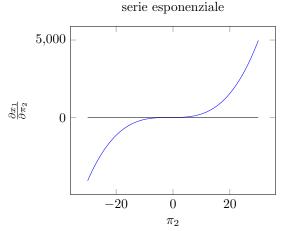
L'inflazione coerente è una funzione di a, cioè della sensibilità della (1) rispetto a π_2 . Maggiore l'avversione sociale all'inflazione futura, minore l'inflazione futura scelta dalla politica coerente. Se l'avversione è sufficientemente alta, la politica coerente è deflazionistica, avvicinandosi all'inflazione che sarebbe scelta adottando la regola di Friedman. Si ipotizzi che la funzione $x_1 = X_1(\pi_2)$, cioé quella che determina la reazione degli agenti economici all'aspettativa di π_2 , sia tale da avere, come derivata, una serie esponenziale. Ad es. se

$$X_1(\pi_2) \simeq e^{\pi_2} \tag{6}$$

allora la sua derivata può essere approssimata da

$$\frac{\partial x_1}{\partial \pi_2} = \sum_{n=0}^{3} \frac{(\pi_2)^n}{n!} = 1 + \pi_2 + \frac{1}{2} (\pi_2)^2 + \frac{1}{3!} (\pi_2)^3 \tag{7}$$

il cui grafico è



Si noti che per alcuni $m \in \mathbb{N}$ esiste un valore di π_2 che annulla la (7) (si veda l'illustrazione in https://it.wikipedia.org/wiki/Funzione_esponenziale). Il parametro m misura, indirettamente, l'approssimazione con cui è calcolata l'aspettativa. Se ad es. m=3, allora esiste un valore dell'inflazione futura che annulla la (7). Tale valore è la radice della (7), cioè $\pi_2 = -1.5960716379835573$ e varia al variare di m.

L'obiettivo di questa analisi è quello di trovare $a \in \mathbb{R}$ tale che

$$\sum_{n=0}^{m} \frac{(-\ln a)^n}{n!} = 0, m \in \mathbb{N}$$
(8)

per qualche m. Ipotizzando m=3

$$\frac{\partial x_1}{\partial \pi_2} = \sum_{n=0}^3 \frac{(-\ln a)^n}{n!} = 0 \tag{9}$$

dove

$$\frac{\partial x_1}{\partial \pi_2} = 1 + (-\ln a) + \frac{(-\ln a)^2}{2} + \frac{(-\ln a)^3}{3!}$$
 (10)

(11)

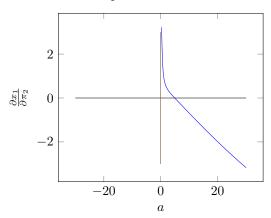
Si noti che, se $a = 1 \Rightarrow -\ln a = 0$ e

$$\frac{\partial x_1}{\partial \pi_2} = \sum_{n=0}^m \frac{(-\ln a)^n}{n!} = 1, \forall m \in \mathbb{N}$$
 (12)

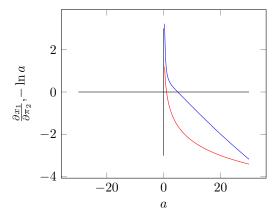
I seguenti grafici illustrano come il tasso di inflazione coerente e ottimale, sotto la condizione che le aspettative siano calcolate mediante la (7), sia negativo, a conferma dell'intuizione della regola di Friedman.

 $^{^1}$ Sostituendo la serie di calcolo dell'aspettativa a π_2 , è possibile approfondire la relazione fra accuratezza dell'aspettativa e politica coerente.

politiche coerenti



Sull'asse x vi è a poiché π_2^c è funzione di a.

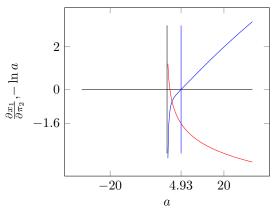


Si vede come il valore di a che annulla la (9) (linea blu) corrisponde a una inflazione coerente (linea rossa), π_2^c , negativa. Numericamente, la soluzione alla (9) è a=4.933613287624437. mentre $\pi_2^o=\pi_2^c=-1.5960716379833217$.

Adottando la (forse più realistica) ipotesi che l'offerta di lavoro al tempo 1, x_1 , diminuisce (esponenzialmente) all'aumentare dell'inflazione attesa (elevata), π_2 , in corrispondenza di bassi valori del salario reale, con la formula

$$X_1(\pi_2) \simeq -e^{\pi_2} \tag{13}$$

si otterrebbe il seguente grafico



con risultato analogo.

I risultati sin qui derivati possono essere enunciati nel seguente

Teorema 1 Se (i) un punto aggiuntivo di inflazione al tempo 2 riduce il benessere intertemporale di 5 unità, e (ii) le aspettative elaborate al tempo 1 su π_2 sono esatte, allora esiste un tasso di inflazione negativo che la banca centrale potrebbe implementare con una politica coerente e che attuerebbe se adottasse una politica ottimale.

3 La regola di Friedman

Se si adotta la seguente funzione di benessere sociale

$$S = e^{-\pi_1} + e^{-\pi_2} - x_1(\pi_2) - e^{\beta} \cdot \pi_2 \tag{14}$$

dove β indica il tasso di preferenza intertemporale e il fattore e^{β} misura il peso al tempo 1 del danno da inflazione al tempo 2, allora la condizione necessaria per la politica coerente è

$$S_{\pi_2}^c = e^{-\pi_2} - e^{\beta} = 0 \tag{15}$$

Tale condizione implica

$$e^{-\pi_2} = e^{\beta} \Rightarrow -\pi_2 = \beta \Rightarrow \pi_2^c = -\beta \tag{16}$$

cioè la regola di Friedman².

4 Conclusioni

La relazione fra politiche monetarie ottimali e coerenti dipende dall'elaborazione di aspettative razionali, da parte degli agenti privati, sulla politica che sarà

²Potrebbe essere oggetto di ulteriore studio la questione se la politica coerente converge alla regola di Friedman per $m \to \infty$.

implementata nel futuro dall'autorità monetaria. Mediante la costruzione di un modello con funzione di perdita sociale *ad hoc*, questo studio ha illustrato numericamente la relazione fra politiche coerenti e politiche ottimali quali la regola di Friedman. Temi di ricerca futura potrebbero estendere lo studio qui presentato a un modello con funzione di perdita di benessere esplicitamente microfondata e la dinamica deall politica coerente rispetto alla regola di Friedman al crescere dell'accuratezza di calcolo dell'aspettativa razionale.

Riferimenti bibliografici

- [1] Finn E. Kydland and C. Edward Prescott. Rules rather than discretion: The inconsistency of optimal plans. *Journal of Political Economy*, 85:473–92, 1977.
- [2] R. E. Jr. Lucas. Expectations and the neutrality of money. *Journal of Economic Theory*, 4:103–124, 1972.